

Análise estatística da precipitação máxima diária anual da cidade de Uberaba e vazão mínima diária anual do Rio Uberaba

Michael Silveira Thebaldi*

* Universidade Federal de Lavras, doutorando em recursos hídricos em sistemas agrícolas. Lavras, Minas Gerais, Brasil. mthebaldi@posgrad.ufla.br (035) 3829-1388 Caixa postal 3037, Lavras-MG, CEP 37200-000

Resumo

Conhecer o comportamento da precipitação de uma região e vazão de cursos d'água é importante para prever períodos de seca e cheia; e para dimensionar obras hidráulicas em área agrícola ou urbana. Este trabalho executou um estudo estatístico da precipitação máxima diária anual da cidade de Uberaba (MG) e da vazão mínima diária anual do Rio Uberaba com o objetivo de identificar uma distribuição estatística que melhor descreva cada uma das características. As séries históricas de precipitação máxima diária anual e vazão mínima diária anual de Uberaba e do Rio Uberaba foram obtidas no banco de dados Hidroweb, gerido pela Agência Nacional das Águas. Pelo teste do Qui-Quadrado, foi identificado que o modelo de Gumbel para Máximo representou melhor os dados de precipitação máxima diária anual, enquanto o modelo Log-Normal 2 parâmetros representou melhor os dados de vazão mínima diária anual.

Palavras-chave: Distribuições estatísticas. Precipitação. Planejamento agrícola. Gestão dos recursos hídricos.

1 Introdução

A região do Triângulo Mineiro tem apresentado mudanças importantes devido ao seu crescimento demográfico e industrial acelerados, juntamente com a inclusão de novas áreas no perímetro urbano. No campo, a deterioração ambiental está associada à intensa retirada da cobertura vegetal, introdução de pastagens, cultivos agrícolas à base de agroquímicos, mau uso do solo e dos recursos hídricos (GOBBI et al., 2008). Assim, é importante conhecer o comportamento estatístico dos componentes do ciclo hidrológico da região, como a precipitação e a vazão dos cursos d'água.

Na região do município de Uberaba, em Minas Gerais, o rio Uberaba, com extensão de aproximadamente 150 km, destaca-se por sua importância em termos de recursos hídricos e aspectos econômicos ligados às atividades agrícolas, industriais e abastecimento público (CRUZ, 2003).

A bacia hidrográfica do rio Uberaba abrange os municípios de Uberaba, Veríssimo, Conceição das Alagoas e Planura. Esta área possui importante significado econômico para o Estado de Minas Gerais.

Alterações expressivas podem surgir nas condições de escoamento de um curso d'água em decorrência de captações realizadas ao longo do curso, construção de barragens ou mudanças expressivas nas condições de ocupação da bacia hidrográfica. Entender a dinâmica temporal da disponibilidade de água é de fundamental importância para planejar o solo, irrigar novas áreas e prover a zona urbana com abastecimento de água urbano (PEREIRA et al., 2005).

Conhecer a precipitação esperada também é importante porque ela pode causar erosão do solo, causa inundações em áreas rurais e urbanas, entre outras calamidades. Para o dimensionamento de obras hidráulicas, tanto urbanas, como rurais, é necessário conhecer a precipitação esperada, de modo que a estrutura planejada possa resistir adequadamente. No caso de obras rurais, esse tipo de conhecimento é necessário para o planejamento de sistemas de terraceamento agrícola, drenagem em estradas e implantação de barragens para atenuação de cheias (MESQUITA et al., 2009)

As séries de dados de precipitação são, frequentemente, mais longas do que as de vazão, razão pela qual o estudo das precipitações máximas é um dos caminhos para se conhecer a vazão de enchente de uma bacia hidrográfica (TUCCI, 2000).

Diante do exposto, este trabalho executou um estudo estatístico da precipitação máxima diária anual da cidade de Uberaba e da vazão mínima diária anual do Rio Uberaba com o objetivo de identificar a distribuição estatística que melhor descreva cada uma das características.

2 Material e Métodos

Os dados foram obtidos no serviço web Hidroweb, gerido pela Agência Nacional das Águas (ANA). Os dados de precipitação da cidade de Uberaba foram obtidos da estação pluviométrica de código 01947000, já desativada, mas que forneceu dados entre os anos civis de 1941 até 1965; e pela estação código 01947016, que forneceu dados de 1966 até 1998, menos os períodos de 1971 a 1974 e 1994 a 1995.

Já os dados de vazão do Rio Uberaba, foram obtidos em $m^3 h^{-1}$ da estação fluviométrica código 61794000. A área de drenagem do corpo d'água é de $566 km^2$, segundo as informações do serviço web supracitado. Os dados avaliados contemplaram os anos civis entre 1976 e 1993 e entre 1997 e 2006.

Os dados foram trabalhados a fim de obter as precipitações máximas diárias anuais e as vazões mínimas diárias anuais. As frequências observadas dos eventos hidrológicos foram obtidas pela fórmula de Weibull (Equação 1).

$$f_{obs} = \frac{i}{N + 1} \quad [1]$$

Em que:

i – posição que o dado ocupa dentro da série histórica;

N – tamanho da série histórica.

Os dados de precipitação máxima diária anual foram ordenados em ordem decrescente, para obtenção da frequência de excedência, enquanto os dados de vazão mínima diária anual foram ordenados de maneira crescente, obtendo-se assim a frequência de não excedência.

Foram ajustadas as Funções Cumulativas de Probabilidade modelos log-Normal 2 parâmetros, log-Normal 3 parâmetros, Gumbel para Máximos e Gama a 2 parâmetros para precipitação máxima diária anual e log-Normal 2 parâmetros, log-Normal 3 parâmetros, Gumbel para Mínimos, Gama 2 parâmetros e Weibull para vazão mínima diária anual.

A distribuição log-Normal 2 parâmetros é descrita pela Função Densidade de Probabilidade (FDP), como apresentado na Equação 2.

$$f(x) = \frac{1}{X \cdot \sigma_n \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-0.5 \left(\frac{\ln(x) - \mu_n}{\sigma_n} \right)^2} \quad [2]$$

Em que μ_n e σ_n são os parâmetros da distribuição, correspondendo à média e ao desvio padrão dos logaritmos dos dados. A equação base para estudos hidrológicos, utilizando a distribuição log-Normal 2 parâmetros, é adaptada da equação geral de Ven Te Chow (HAAN, 1979), conforme a Equação 3.

$$X_{TR} = e^{\mu_n + \sigma_n \cdot K_{TR}} \quad [3]$$

Em que X_{TR} é o valor da variável hidrológica associada a um tempo de retorno e K_{TR} é a variável reduzida da distribuição Normal.

A distribuição log-Normal 3 parâmetros é descrita pela Função Densidade de Probabilidade, como apresentado na Equação 4.

$$f(x) = \frac{1}{(X - \beta) \cdot \sigma n \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-0.5 \left(\frac{\text{Ln}(x-\beta) - \mu n}{\sigma n} \right)^2}, \text{ com } X \geq \beta \quad [4]$$

Para estimar os parâmetros da distribuição log-Normal 3 parâmetros, são aplicadas as Equações 5, 6, 7, 8 e 9.

$$\varphi = \frac{[-\gamma + (\gamma^2 + 4)^{0,5}]}{2} \quad [5]$$

$$\eta y = \frac{(1 - \varphi^3)^{\frac{2}{3}}}{\varphi^{\frac{1}{3}}} \quad [6]$$

$$\beta = \bar{X} - \frac{S}{\eta y} \quad [7]$$

$$\mu n = \text{LN} \left(\frac{S}{\eta y} \right) - 0,5 \cdot \text{LN}(\eta y^2 + 1) \quad [8]$$

$$\sigma n = \sqrt{\text{LN}(\eta y^2 + 1)} \quad [9]$$

Em que γ , \bar{X} e S são o coeficiente de assimetria, média e desvio padrão dos dados da série histórica, respectivamente.

A equação base para estudos hidrológicos, utilizando-se a distribuição log-Normal 3 parâmetros, também é adaptada da equação geral de Ven Te Chow (HAAN, 1979), como mostrada na Equação 10.

$$X_{TR} = e^{\mu n + \sigma n \cdot K_{TR}} + \beta \quad [10]$$

X_{TR} é o valor da variável hidrológica, associada a um tempo de retorno, e K_{TR} é a variável reduzida da distribuição Normal.

A distribuição Weibull é aplicada a séries históricas de valores mínimos. É uma derivação da distribuição assintótica de valores extremos para máximos. Tem sua Função Densidade de Probabilidade (FDP) representada pela Equação 11.

$$f(x) = \lambda \cdot \beta \cdot x^{\beta-1} \cdot e^{-\lambda \cdot x^\beta} \quad [11]$$

Em que λ e β são os parâmetros da distribuição Weibull, associados à média e à variância amostrais dos dados.

A função cumulativa de probabilidade é dada pela Equação 12.

$$P(x \leq x_i) = 1 - e^{-\lambda \cdot x_i^\beta} \quad [12]$$

O ajuste dos parâmetros λ e β são dados pelas Equações 13 e 14, respectivamente.

$$\bar{X} = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\frac{1}{\beta}} \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad [13]$$

$$S^2 = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\frac{1}{\beta}} \cdot \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\right)^2 \right] \quad [14]$$

O valor da variável X associada ao tempo de retorno (TR) pode ser calculado pela Equação 15.

$$X = \left[\frac{\text{Ln}\left(1 - \frac{1}{\text{TR}}\right)}{-\lambda} \right]^{\frac{1}{\beta}} \quad [15]$$

A distribuição Gumbel para mínimos tem sua Função Densidade de Probabilidade (FDP) representada pela Equação 16.

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \cdot e^{\left[\frac{(x-\mu)}{\alpha} - e^{\frac{(x-\mu)}{\alpha}} \right]} \quad [16]$$

Em que α e μ são os parâmetros da distribuição. A função cumulativa de probabilidade é dada pela Equação 17.

$$P(x \leq x_i) = 1 - e^{-e^{\alpha(x-\mu)}} \quad [17]$$

Os parâmetros α e μ dados pelo método dos momentos são apresentados nas Equações 18 e 19, e são calculados a partir da média (\bar{X}) e desvio padrão (S) amostrais.

$$\alpha = \frac{1,2826}{S} \quad [18]$$

$$\mu = \bar{X} + 0,451 \cdot S \quad [19]$$

Para estimativa de uma variável hidrológica (X) em função do tempo de retorno (TR), aplica-se a Equação 20.

$$X_{\text{TR}} = \frac{\text{LN}\left[-\text{Ln}\left(1 - \frac{1}{\text{TR}}\right)\right]}{\alpha} + \mu \quad [20]$$

A distribuição Gumbel para máximos tem sua Função Densidade de Probabilidade (FDP) representada pela Equação 21.

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \cdot e^{\left[-\frac{(x-\mu)}{\alpha} - e^{-\frac{(x-\mu)}{\alpha}} \right]} \quad [21]$$

Em que α e μ são os parâmetros da distribuição. A função cumulativa de probabilidade é dada pela Equação 22.

$$P(x \geq x_i) = 1 - e^{-e^{-\alpha(x-\mu)}} \quad [22]$$

Os parâmetros α e μ dados pelo método dos momentos são apresentados nas Equações 23 e 24, e são calculados a partir da média (\bar{X}) e desvio padrão (S) amostrais.

$$\alpha = \frac{1,2826}{S} \quad [23]$$

$$\mu = \bar{X} - 0,451 \cdot S \quad [24]$$

Para estimativa de uma variável hidrológica (X) em função do tempo de retorno (TR), aplica-se a Equação 25.

$$X_{TR} = \frac{-LN \left[-LN \left(1 - \frac{1}{TR} \right) \right]}{\alpha} + \mu \quad [25]$$

Já a função cumulativa de probabilidade da distribuição Gama 2 parâmetros é dada pela Equação 26.

$$FCP = \frac{1}{\beta^v \cdot \Gamma(v)} \int_0^x u^{(v-1)} e^{-\frac{u}{\beta}} du \quad [26]$$

Os parâmetros da distribuição Gama a 2 parâmetros são dados pelas Equação 27 e 28.

$$\beta = \frac{S^2}{\bar{X}} \quad [27]$$

$$v = \frac{(\bar{X})^2}{S^2} \quad [28]$$

Em que (S^2) e (\bar{X}) são respectivamente o desvio padrão e a média amostral da série histórica.

A fim de testar a aderência dos modelos aos dados observados, foram realizados os testes de Kolmogorov-Smirnov e Qui-Quadrado, ambos considerando um nível de significância de 5% de probabilidade estatística.

3 Resultados e discussão

O maior valor de precipitação máxima diária anual registrada na série é 157 mm, enquanto o menor 32,2 mm (Tabela 1).

Tabela 1. Série histórica de precipitação máxima diária anual (PMDA), em mm, da cidade de Uberaba (MG) dos períodos de 1941 até 1998, menos os períodos de 1971 a 1974 e 1994 a 1995.

Ordem	PMDA (mm)	F _{exc}	Ordem	PMDA (mm)	F _{exc}	Ordem	PMDA (mm)	F _{exc}
1	157	0,018182	19	85,4	0,345455	37	65,3	0,672727
2	131,4	0,036364	20	84	0,363636	38	65,1	0,690909
3	130	0,054545	21	83	0,381818	39	65	0,709091
4	118	0,072727	22	81	0,400000	40	63,9	0,727273
5	110	0,090909	23	80,5	0,418182	41	63,6	0,745455
6	109,2	0,109091	24	79,8	0,436364	42	62,4	0,763636
7	106	0,127273	25	79,6	0,454545	43	61,4	0,781818

8	98,3	0,145455	26	76,1	0,472727	44	59,2	0,800000
9	97	0,163636	27	75	0,490909	45	59,2	0,818182
10	94,4	0,181818	28	74,4	0,509091	46	58,2	0,836364
11	93,8	0,200000	29	73,9	0,527273	47	57,2	0,854545
12	92,8	0,218182	30	73	0,545455	48	57	0,872727
13	90,2	0,236364	31	72	0,563636	49	55	0,890909
14	88,9	0,254545	32	70,8	0,581818	50	54	0,909091
15	87,6	0,272727	33	69,7	0,600000	51	51,3	0,927273
16	87,6	0,290909	34	69	0,618182	52	50,3	0,945455
17	86,8	0,309091	35	69	0,636364	53	46,8	0,963636
18	86,2	0,327273	36	65,8	0,654545	54	32,2	0,981818

F_{exc} = Frequência de excedência

Fonte: elaboração própria.

Tabela 2. Valores obtidos dos parâmetros de ajuste das funções avaliadas com os dados da série histórica de precipitação máxima diária anual da cidade de Uberaba (MG).

Log-Normal 2P	Log-Normal 3P	Gumbel para Máximos	Gama
$\mu_n = 4,327157$	$\beta = 10,245$	$\mu = 0,0558$	$\beta = 6,700$
$\sigma_n = 0,283766$	$\mu_n = 4,174$	$\alpha = 68,445$	$\nu = 11,759$
	$\sigma_n = 0,326$		

Fonte: Elaboração própria.

Os valores de $|\Delta F|$ calculado máximo e λ^2 obtidos na avaliação da aderência dos modelos ajustados à distribuição de probabilidades da série histórica de precipitação máxima diária anual da cidade de Uberaba são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3. Valores obtidos das estatísticas dos testes de aderência de Kolmogorov-Smirnov e Qui-Quadrado na avaliação do ajuste das funções à série histórica de precipitação máxima diária anual (PMDA) da cidade de Uberaba – MG.

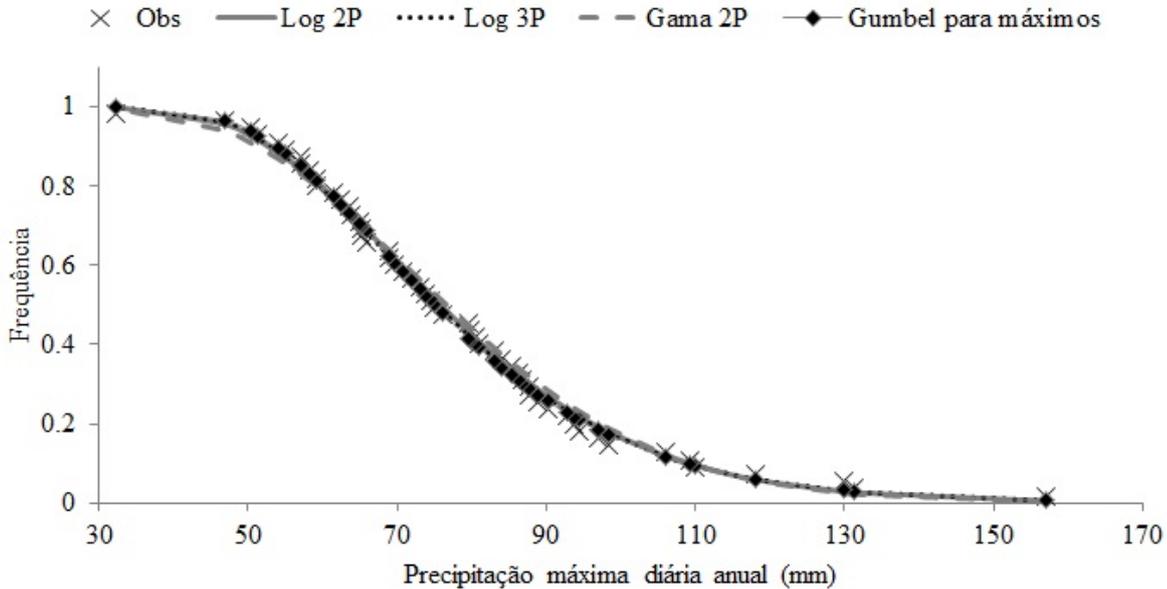
Modelo	PMDA	
	$ \Delta F $ calculado máximo	λ^2 Calculado
Log-Normal 2 P	0,037*	1,025*
Log-Normal 3P	0,034*	0,901*
Gumbel para Máximos	0,040*	0,699*
Gama	0,049*	1,759*

*Significativo a 5% de probabilidade.

Fonte: Elaboração própria.

Todas as funções cumulativas de probabilidade aderiram aos dados da série histórica, tanto pelo teste de Kolmogorov-Smirnov quanto pelo Qui-Quadrado (Tabela 3). Pelos valores de λ^2 calculados, o melhor ajuste se deu com o modelo Gumbel para Máximos, que apresentou o menor valor de λ^2 .

Figura 1. Dados observados da série histórica de precipitação máxima diária anual da cidade de Uberaba e funções cumulativas de probabilidade dos modelos testados.



Fonte: Elaboração própria.

A Figura 1 prevê a confirmação visual dos resultados obtidos com os testes de aderência, já que há uma grande conformidade dos modelos com os dados da série histórica de precipitação máxima diária anual da cidade de Uberaba.

Tabela 4. Série histórica de vazão mínima diária anual (VMDA), em $m^3 s^{-1}$, do Rio Uberaba, nos anos civis entre 1976 e 1993 e entre 1997 e 2006.

Ordem	VMDA ($m^3 h^{-1}$)	$F_{n\grave{a}oexc}$	Ordem	VMDA ($m^3 h^{-1}$)	$F_{n\grave{a}oexc}$	Ordem	VMDA ($m^3 h^{-1}$)	$F_{n\grave{a}oexc}$
1	0,05	0,034483	11	0,6827	0,37931	21	1,14	0,724138
2	0,175	0,068966	12	0,7175	0,413793	22	1,285	0,758621
3	0,217	0,103448	13	0,79	0,448276	23	1,285	0,793103
4	0,2937	0,137931	14	0,85	0,482759	24	2,01	0,827586
5	0,335	0,172414	15	0,85	0,517241	25	2,155	0,862069
6	0,42	0,206897	16	0,93	0,551724	26	2,3	0,896552
7	0,505	0,241379	17	0,955	0,586207	27	3,4	0,931034
8	0,55	0,275862	18	1,015	0,62069	28	3,84	0,965517
9	0,55	0,310345	19	1,14	0,655172			
10	0,67	0,344828	20	1,14	0,689655			

$F_{n\grave{a}oexc}$: Frequência de não excedência.

Fonte: Elaboração própria.

O menor valor de vazão mínima diária anual registrada nesta série histórica foi de $0,05 m^3 s^{-1}$, enquanto o maior foi de $3,84 m^3 s^{-1}$ (Tabela 4).

Os parâmetros ajustados das distribuições aplicadas à série histórica de vazão mínima diária anual do Rio Uberaba são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5. Valores obtidos dos parâmetros de ajuste das funções avaliadas com os dados da série histórica de vazão mínima diária anual do Rio Uberaba.

log-Normal 2 parâmetros	log-Normal 3 parâmetros	Gumbel para mínimos	Gama	Weibull
$\mu_n = -0,262$ $\sigma_n = 0,920$	$\beta = -0,639$ $\mu_n = 0,418$ $\sigma_n = 0,497$	$\alpha = 1,408$ $\mu = 1,490$	$\beta = 0,769$ $\nu = 1,406$	$\beta = 1,040$ $\lambda = 0,908$

Fonte: Elaboração própria.

Os valores de $|\Delta F|$ calculado máximo e λ^2 obtidos na avaliação da aderência modelos ajustados à distribuição de probabilidades da série histórica de vazão mínima diária anual do Rio Uberaba são apresentados na Tabela 6

Tabela 6. Valores obtidos das estatísticas dos testes de aderência de Kolmogorov- Smirnov e Qui-Quadrado na avaliação do ajuste das funções à série histórica de vazão mínima diária anual (VMDA) do Rio Uberaba.

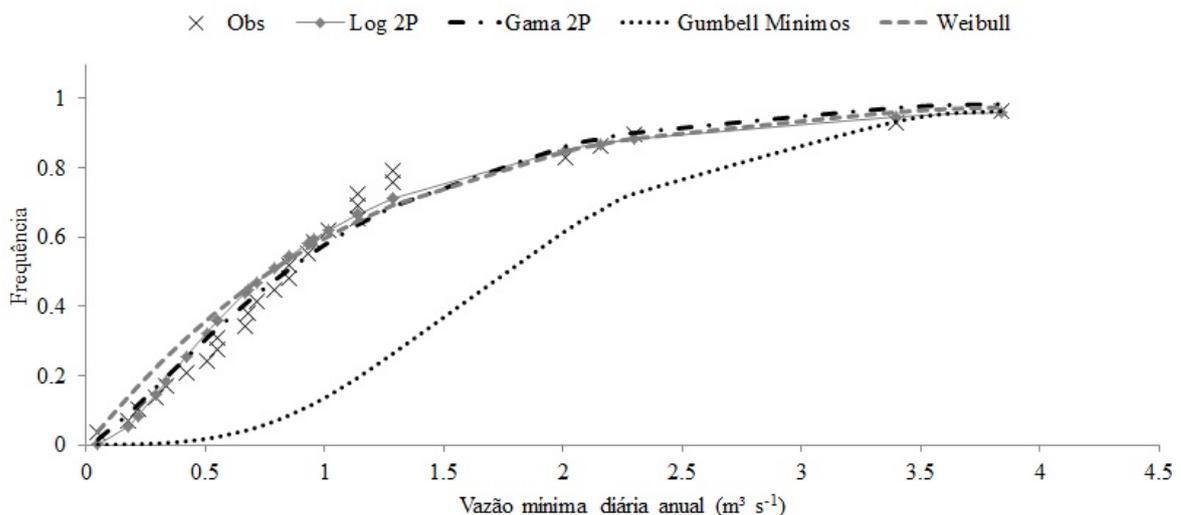
Modelo	VMDA	
	$ \Delta F $ calculado máximo	λ^2 Calculado
log-Normal 2 parâmetros	0,096*	1,296*
log-Normal 3 parâmetros	0,111*	1,964*
Gumbel para Mínimos	0,530 ^{NS}	126,393 ^{NS}
Gama	0,104*	2,208*
Weibull	0,118*	4,140 ^{NS}

* Significativo a 5% de probabilidade; NS: Não significativo.

Fonte: Elaboração própria.

Com os resultados obtidos nos testes de aderência, o modelo de Gumbel para Mínimos não se ajustou aos dados dos dois testes, enquanto o modelo de Weibull não se ajustou ao teste de Qui-Quadrado. A análise dos valores de λ^2 indica que o modelo que apresentou melhor ajuste aos dados da série histórica foi o log-Normal 2 parâmetros.

Figura 2. Dados da série histórica de vazão mínima diária anual do Rio Uberaba e funções cumulativas de probabilidade dos modelos testados.



Fonte: Elaboração própria.

Vê-se na Figura 2 a não aderência do modelo Gumbel para Mínimos aos dados da série histórica de vazão mínima diária anual do Rio Uberaba. O modelo de Weibull não conformou-se bem aos dados da

série nas vazões abaixo de $1,5 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$, o que pode estar relacionado ao resultado de não aderência pelo teste do Qui-Quadrado.

4 Conclusão

Todos os modelos avaliados para precipitação máxima diária anual da cidade de Uberaba apresentaram aderência significativa aos dados da série, porém, pelo teste do Qui-Quadrado, o modelo de Gumbel para Máximo representou melhor os dados.

Em relação à série de vazão mínima diária anual do Rio Uberaba, o modelo Gumbel para Mínimos não se adequou aos dados da série pelos testes de Kolmogorov-Smirnov e Qui-Quadrado, enquanto o de Weibull não se adequou pelo teste do Qui-Quadrado. Adicionalmente, essa série histórica foi melhor representada pelo modelo Log-Normal 2P.

Statistical analysis of annual maximum daily rainfall of Uberaba city and annual minimum daily flow of the Uberaba River

Abstract

The knowledge of the precipitation behavior of a region and water course flow is important to predict drought periods, flood, and provides data for the design of hydraulic works, both at agricultural and urban zones. This work had as objective the statistical study of annual maximum daily rainfall of Uberaba city and the annual minimum daily flow of Uberaba River in order to identify a statistical distribution that best describes each attribute. The annual maximum daily rainfall and daily minimum annual flow of the Uberaba city (MG) and Uberaba River historical series were obtained from the database HIDROWEB, managed by the Agência Nacional das Águas. By Qui-Square test, the Gumbel distribution better represented the data of daily maximum rainfall annually, while the log-Normal 2 parameters model best represented the data of annual minimum daily flow.

Key words: Statistical distributions. Agricultural planning. Management of water resources.

Referências bibliográficas

CRUZ, B. S. **Diagnóstico ambiental da bacia hidrográfica do rio Uberaba-MG**. 2003. 180 p. Dissertação (Doutorado). Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

GOBBI, A. F.; TORRES, J. L. R.; FABIAN, A. J. Diagnóstico ambiental da microbacia do córrego do Melo em Uberaba-MG. **Caminhos de Geografia**, Uberlândia, v. 9, n. 26, p. 206-223, jun. 2008. Disponível em: <<http://www.seer.ufu.br/index.php/caminhosdegeografia/article/view/15649/8853>>. Acesso em: 27 set. 2012.

HAAN, C. T. **Statistical methods in hydrology**. Ames: The Iowa State University, 1979.

MESQUITA, W. O.; GRIEBELER, N. P.; OLIVEIRA, L. F. C. Precipitações máximas diárias esperadas para as regiões central e sudeste de Goiás. **Pesquisa Agropecuária Tropical**, Goiânia, v. 39, n. 2, p. 73-81, abr./jun. 2009. Disponível em: <<http://www.revistas.ufg.br/index.php/pat/article/view/5785/4542>>. Acesso em: 27 set. 2012.

PEREIRA, S. B. et al. Análise do comportamento hidrológico no rio Verde Grande. **Engenharia na Agricultura**, Viçosa, v. 13, n. 1, 55-60, jan./mar. 2005. Disponível em:
<<http://www.ufv.br/dea/reveng/arquivos/Vol13/v13n1p55-60.pdf>>. Acesso em: 02 mai. 2012.

TUCCI, C.E.M. **Hidrologia: ciência e aplicação**. Porto Alegre: UFRGS, 2000.

Histórico editorial

Recebido: 18/05/2012

Avaliação e copidesque: 30/05/2012 a 08/10/2012

Publicação aprovada: 30/10/2012